A

■ පළමු පද n වල එකතුය සොයන්න.

(1) $1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(2) $1^2 + 4^2 + 7^2 + 10^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(3) $1.3.5 + 2.5.7 + 5.7.9 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(4) $1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(5) $1.2.3.4 + 2.3.4.5 + 3.4.5.6 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(6) $1.4.7 + 4.7.10 + 7.10.13 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(7) $1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + (1 + 2 + 3 + 4) + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(8) $1^2 + (1^2 + 2^2) + (1^2 + 2^2 + 3^2) + (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) \ldots\ldots\ldots\ldots$

(9) $5 + 55 + 555 + 5555 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(10) $1^2.2 + 2^2.3 + 3^2.4 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(11) $4 + 44 + 444 + 4444 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

B

■ පළමු පද n වල එකතුය සොයන්න.

(12) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(13) $\frac{5}{1.3.5} + \frac{5}{3.5.7} + \frac{5}{5.7.9} + \frac{5}{7.9.11} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(14) $\frac{1}{1.3.5} + \frac{1}{2.4.6} + \frac{1}{3.5.7} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(15) $\frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(16) $\frac{1}{1} + \frac{1}{(1+2)} + \frac{1}{(1+2+3)} + \frac{1}{(1+2+3+4)} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

Scanned with CamScanner

(17) $\frac{1}{1^2} + \frac{3}{1^2+2^2} + \frac{5}{1^2+2^2+3^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

C

■ පළමු පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

(18) $\frac{1}{2.3} + \frac{2}{3.4} + \frac{3}{4.5} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(19) $\frac{1}{1.2.3} + \frac{4}{2.3.4} + \frac{7}{3.4.5} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(20) $\frac{1}{2.3.4} + \frac{2}{3.4.5} + \frac{3}{4.5.6} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

D

(21) $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$ සොයන්න.

(21) $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{r(r+1)(r+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$ බව පෙන්වන්න.

(22) $\frac{1}{r(r+1)(r+2)} = \frac{P}{r(r+1)} + \frac{Q}{(r+1)(r+2)}$ වන පරිදි වූ P හා Q සොයන්න.

එනයින් $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$ අගයන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි අනන්තය දක්වා ඓක්‍යය සොයන්න.

(23) $V_r = (2r-1)$ නම් $\frac{1}{(2r-1)(2r+1)} = A\left[\frac{1}{V_r} - \frac{1}{V_{r+1}}\right]$ වන පරිදි A හි අගය සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$ අභිසාරී බව පෙන්වන්න.

(24) $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{r}{(r-2)r(r+2)} = \frac{11}{96}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

E

(25) $f(r) = \dfrac{1}{r^2}$ නම් $f(r) - f(r+1)$ සොයන්න.

එනයින් $\dfrac{3}{1^2 . 2^2} + \dfrac{5}{2^2 . 3^2} + \dfrac{3}{3^2 . 5^2} + ...$ ශ්‍රේණියේ චෝක්‍යය සොයන්න.

(26) $f(r) = \dfrac{1}{r!}$ නම් $f(r) - f(r+1)$ සොයන්න. එනයින් $\sum_{r=1}^{\infty} \dfrac{r}{(r+1)!}$ හි අගය සොයන්න.

(27) $f(r) = r!$ නම් $f(r) - f(r+1)$ සොයන්න.

ඒ නයින් $1.1! + 2.2! + 3.3! + ...$ ශ්‍රේණියේ චෝක්‍යය සොයන්න.

(28) $\dfrac{1}{1.3.5} + \dfrac{1}{2.4.6} + \dfrac{1}{3.5.7} + ...$ ශ්‍රේණියේ r වැනි පදය U_r ද $f(r) = \dfrac{-1}{4(r+2)(r+4)}$ ද නම් $f(r) - f(r-2) = U_r$ බව පෙන්වන්න. එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ ΣU_r සොයන්න. ශ්‍රේණියේ අභිසාරිතාව 11/99 බව පෙන්වන්න.

(29) $\dfrac{3x+2}{x(x+2)(x+3)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+2} + \dfrac{C}{x+3}$ වන ලෙස A, B, C නියත සොයන්න.

$\dfrac{5}{1.3.4} + \dfrac{8}{2.4.5} + \dfrac{11}{3.5.6} + \dfrac{14}{4.6.7} + ...$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r නම්,

$\sum_{r=1}^{n} U_r = S_n$ සොයන්න. R තුළ $\lim_{n \to \infty} S_n$ පවතීද? පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(30) $\dfrac{2(r+3)}{r(r+1)(r+2)} = \dfrac{A}{r(r+1)} + \dfrac{B}{(r+1)(r+2)}$ වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න.

$\dfrac{8}{1.2.3}\left(\dfrac{1}{3}\right)^1 + \dfrac{10}{2.3.4}\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 + \dfrac{12}{3.4.5}\left(\dfrac{1}{3}\right)^3 + ...$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය

U_r ලියා දක්වන්න. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $\sum_{r=1}^{n} U_r$ සොයන්න.

(31) $f(r) \; \dfrac{1}{r^2}$ $(r \neq 0)$ නම් $f(r+1) - f(r) = \dfrac{-(2r+1)}{r^2(r+1)^2}$ බව පෙන්වන්න. එනයින්

$\dfrac{3}{1^2 . 2^2} + \dfrac{5}{2^2 . 3^2} + \dfrac{7}{3^2 . 4^2}$ .... ශ්‍රේණියේ පළමු පද n හි චෝක්‍යය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

ඉහත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

(32) ශ්‍රේණියක සාධාරණ පදය = U_r නම්, $U_r = \dfrac{2r+3}{r^2(r+1)^2\,(r+2)^2(r+3)^2}$ වේ.

$f(r) = \dfrac{k}{r^2(r+1)^2(r+2)^2}$ වේ. $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි k සොයන්න.

පළමු පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

(33) $\dfrac{r+4}{r(r+1)(r+2)} \equiv \dfrac{A}{r(r+1)} + \dfrac{B}{(r+1)(r+2)}$ වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{n} \frac{r+4}{2^r(r)(r+1)(r+2)}$ අගයන්න. එම ඓක්‍යය S_n නම්, $0 < A < \dfrac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

F

(34) 1.1 ! + 2.2! + 3.3! + ... පළමු පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

(35) $\dfrac{1}{2!} + \dfrac{2}{3!} + \dfrac{3}{4!} + \dfrac{4}{5!} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ පළමු පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

G

(36) $\dfrac{4}{1!} + \dfrac{11}{2!} + \dfrac{22}{3!} + \dfrac{37}{4!} + \dfrac{56}{5!} + \ldots\ldots\ldots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r ,

$U_r = \dfrac{2.r^2 + r + 1}{r!}$ මගින් ගෙන දේ. $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} U_r = 6e - 1$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $e = 1 + \displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r!}$ වේ.

(37) $\dfrac{1.2^2}{1!} + \dfrac{2.3^2}{2!} + \dfrac{3.4^2}{3!} + \dfrac{4.5^2}{4!} + \ldots\ldots\ldots$ n වන පදය $n \geq 3$ වන

$U_n = \dfrac{A}{(n-1)!} + \dfrac{B}{(n-2)!} + \dfrac{C}{(n-3)!}$ වන ආකාරයේ සම්බන්ධතාවයක් සපුරාලයි.

n = 3 , 4 , 5 යෙදීමෙන් A, B, C නියත පද සොයන්න.

එනයින් $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} U_n = 10\,e$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

(38) $\frac{1}{1!} + \frac{1+3}{2!} + \frac{1+3+5}{3!} + ...$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය $U_r = \frac{r^2}{r!}$ බව පෙන්වන්න.

$e = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{r!}$ ලෙස ගනිමින්, $\sum_{r=1}^{\infty} U_r = 2e$ බව පෙන්වන්න.

H

(39) $1 + \frac{3x+2}{x+10} + \left(\frac{3x+2}{x+10}\right)^2 + ...$ සහ $1 + \frac{3x-9}{x+1} + \left(\frac{3x-9}{x+1}\right)^2 + ...$

යන ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි දෙකම අභිසාරී වන විට, x වල පොදු පරාසය සොයන්න.

(40) ගණිත අභ්‍යුහන ක්‍රමයෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ

$1 + r + r^2 + ... + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$, $r \neq 1$ බව සාධනය කරන්න.

$-1 < r < 1$ නම්, යථෝක්ත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව සාධනය කර එහි අනන්තයට ඓක්‍යය සොයන්න. පහත දැක්වෙන තාත්වික අපරිමිත ගුණෝත්තර ශ්‍රේණි දෙකම අභිසාරී වන x හි පොදු අගයක් නැති බව පෙන්වන්න.

(i) $1 + \left(\frac{5x-6}{3x+2}\right) + \left(\frac{5x-6}{3x+2}\right)^2 + ...$ හා

(ii) $1 + \left(\frac{2x-1}{4x-5}\right) + \left(\frac{2x-1}{4x-5}\right)^2 + ...$

(41) $x = \frac{1}{3}$ හා $x = \frac{1}{2}$ වූ විට, $1 + \left(\frac{2x}{ax+b}\right) + \left(\frac{2x}{ax+b}\right)^2 + ...$ යන ගුණෝත්තර

ශ්‍රේණියේ පද අනන්තයට ඓක්‍යය පිළිවෙලින් 2 හා 3 ය. a, b සොයන්න. තවද ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන්නේ x වල අගයන්හි කුමන පරාසයට ද?

Scanned with CamScanner

මිශ්‍ර ගැටළු

(42) U_r යනු $\frac{1}{2} + \frac{1.4}{2.5} + \frac{1.4.7}{2.5.8} + \frac{1.4.7.10}{2.5.8.11} + ...$ ශ්‍රේණියෙ r වෙනි පදය වේ.

U_r ඇසුරෙන් U_{r+1} ප්‍රකාශ කරන්න. $f(r)$ යනු $f(r) - f(r-1) = U_r$ ද A හා B යනු නියතයන් ද වන $f(r) = (Ar + B)U_{r+1}$ වන අයුරින් වු r හි ශ්‍රිතයකි. A සහ B හි අගයන් සොයා ඒ නයින්

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = 1/2 \left\{ \frac{4.7.10 .... (3n+1)}{2.5.8...... (3n-1)} - 1 \right\}$$ බව පෙන්වන්න.

(43) $1 + (1+3) + (1+3+3^2) + (1+3+3^2+3^3) + ...$ පළමු පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

(44) $log\frac{3}{2} + log\frac{4}{3} + log\frac{5}{4} + ...$ පළමු පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

(45) $0.7 + 0.77 + 0.777 + 0.7777 + ...$ පළමු පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

(46) $\sum_{r=1}^{n} (3r + 3^r)$ සොයන්න.

(47) $1 + \frac{1}{(1+2)} + log\frac{1}{(1+2+3)} + log\frac{1}{(1+2+3+4)} + ...$ පළමු පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

(48) $S_n = n(n+1)(n+2)(n+3)$ නම්, r වෙනි පදය සොයන්න.

(49) $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{8}$ වේ. $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{U_r}$ සොයන්න.

(50) $1.x + 3x^2 + 5x^3 + 7x^4 + ...$ පළමු පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

(51) $12 + 40 + 90 + 168 + 280 + 434 + ...$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය සොයා පද n වල ඓක්‍යය ලබාගන්න.

(52) $-1 - 3 + 3 + 23 + 63 + 129 + ...$ පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

(53) $V_r = (r+1)\,r+2$ බව දී ඇත. $V_r - V_{r-1}$ සොයන්න. එනයින් $5\underline{|2} + 10\underline{|3} + 17\underline{|4} + \ldots\ldots$ ශ්‍රේණියේ පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න. ශ්‍රේණියේ පද අනන්තයක ඓක්‍යය සොයා ශ්‍රේණිය අපසාරී බව ලබාගන්න.

(54) a, b ධන නියතයක් වූ $v_r = \dfrac{1}{(ar+b)(ar+b+a)(ar+b+2a)}$ විට,

$2av_r = v_r - v_{r+1}$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $v_r = \dfrac{1}{(ar+b)(ar+b+a)}$ වේ.

එනයින් $\sum_{r=1}^{n} v_r$ ඓක්‍යය සොයන්න. r වන පදය $\dfrac{1}{(2r+1)(2r+3)(2r+5)}$ වූ ශ්‍රේණියේ

පළමුවැනි n පදවල ඓක්‍යය සොයන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි අනන්තයට ඓක්‍යය සොයන්න.

(55) $\dfrac{1}{(\sqrt{2}+\sqrt{1})} + \dfrac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})} + \dfrac{1}{(\sqrt{4}+\sqrt{3})} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ පළමුපද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

(56) $U_r = (2r-1)(2r+1)$ නම් $U_r = p\,(v_{r+1} - v_r)$ බව පෙන්වන්න. $v_r = (2r-3)(2r-1)$

$(2r+1)$ වන අතර p යනු නියතයකි. එනයින් $\sum_{r=1}^{n} U_r$ අගයන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අපසාරී බව

පෙන්වන්න. $\dfrac{1}{U_r} = q\left(\dfrac{1}{w_r} - \dfrac{1}{w_{r+1}}\right)$ බව ද පෙන්වන්න. මෙහි $w_r = 2r-1$ වන අතර q

නියතයකි. එනයින් $\sum_{r=1}^{n} \dfrac{1}{U_r}$ අගයන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව ඔප්පු කරන්න.

(57) $f(r) = \dfrac{1}{r^3}$ නම්, $f(r+1)$ සොයන්න. $f(r) - f(r+1)$ සොයන්න.

එනයින් $\dfrac{7}{1^3.2^3} + \dfrac{19}{2^3.3^3} + \dfrac{37}{3^3.4^3} + \ldots\ldots$ පද n වල ඓක්‍යය සොයන්න.

(58) $\tan\dfrac{x}{2} = \cot\dfrac{x}{2} - 2\cot x \; (0 < x < \pi)$ සම්බන්ධය යොදා ගනිමින්

$\sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{2^k}\tan\dfrac{x}{2^k} = \dfrac{1}{2n}\cot\dfrac{x}{2^n} - \cot x$ බව පෙන්වන්න. $\sum_{k=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^k}\tan\dfrac{x}{2^k} = \dfrac{1}{x} - \cot x$

බව අපෝහණය කරන්න.

Scanned with CamScanner

(59) $3 + 12 + 33 + 72 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ ශ්‍රේණියේ n වන පදය U_n වර්ග ශ්‍රිතයක් බව දී ඇත. පළමු, දෙවන, තුන්වන පද සලකා U_r සොයන්න. $\sum_{k=1}^{n} U_r$ අගය අන්තර ක්‍රමය ඇසුරින් සොයන්න.

(60) $\frac{1}{1 + 1^2 + 1^4} + \frac{2}{1 + 2^2 + 2^4} + \frac{3}{1 + 3 + 3^4} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ පළමු පද ` වල ඓක්‍යය සොයන්න.